

**ГОУ ВПО Российско-Армянский (Славянский)
университет**

Утверждено
Директор Института
Математики и Информатики
Дарбинян А.А.
«18» июня 2024, протокол №15



УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины: Дискретная математика

Автор (ы) к.ф.-м.н., доцент Пилипосян Тигран Эдуардович
Ф.И.О, ученое звание (при наличии), ученая степень (при наличии)

**Направление подготовки: «Прикладная математика и информатика»
01.03.02**

1. АННОТАЦИЯ

1.1. Краткое описание содержания данной дисциплины;

Предмет “Дискретная математика” включает основные положения ряда математических дисциплин: теории множеств, комбинаторики, теории булевых функций, теории кодирования. Наиболее подробно изучаются операции над множествами, метод кодирования, выборки, рекуррентные соотношения, типы бинарных отношений, классы булевых функций, схемы из функциональных элементов, вопросы оптимального кодирования и построения кодов, исправляющие ошибки.

1.2. Трудоемкость в академических кредитах и часах, формы итогового контроля (экзамен/зачет). Кредиты - 8, общая трудоемкость изучения дисциплины -288 часов, форма итогового контроля: экзамен.

1.3. Взаимосвязь дисциплины с другими дисциплинами учебного плана специальности

Необходимо знать школьный курс математики, а также иметь определенные знания алгебре и матанализу.

1.4. Результаты освоения программы дисциплины:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код индикатора достижения компетенций	Наименование индикатора достижений компетенций
ПК-2	способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	ПК- 2.1 ПК- 2.2 ПК- 2.3	Знать основные современные методы математического аппарата, их сильные и слабые стороны Уметь применять основные современные методы математического моделирования в программах Владеть опытом в определении направления их усовершенствования

УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК- 2.1 УК- 2.2 УК- 2.3	"Знает как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации для решения поставленных профессиональных задач" "Умеет применять системный подход на основе поиска, критического анализа и синтеза информации для решения задач профессиональной области" "Владеет навыками поиска, синтеза и критического анализа информации в своей профессиональной области; владеет системным подходом для решения поставленных задач"
ПК- 7	способностью к разработке и применению алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программного обеспечения	ПК- 7.1 ПК- 7.2 ПК- 7.3	Знать методы и технологии разработки и применения системного и прикладного программного обеспечения Разрабатывать и применять алгоритмические и программные решения в области системного и прикладного программного обеспечения Владеть способностью разрабатывать и применять алгоритмические и

			программные решения в области системного и прикладного программного обеспечения

2. УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА

2.1. Цель и задачи дисциплины дать представление о понятиях теории множеств, бинарных отношений, о различных методах комбинаторики, о различных классах булевых функций, о возможностях синтеза булевых функций, об основных задачах теории кодирования.

2.2. Трудоемкость дисциплины и виды учебной работы (в академических часах и зачетных единицах)

Виды учебной работы	Всего, в акад. часах	Распределение по семестрам					
		1 сем	2 сем	— сем	— сем.	— сем	— сем.
1	3	4	5	6	7	10	11
1. Общая трудоемкость изучения дисциплины по семестрам , в т. ч.:	288	144	144				
1.1. Аудиторные занятия, в т. ч.:							
1.1.1. Лекции	70	34	36				
1.1.2. Практические занятия, в т. ч.	72	36	36				
1.1.2.1. Обсуждение прикладных проектов							
1.1.2.2. Кейсы							
1.1.2.3. Деловые игры, тренинги							
1.1.2.4. Контрольные работы							
1.1.3. Семинары							
1.1.4. Лабораторные работы							
1.1.5. Другие виды аудиторных занятий							
1.2. Самостоятельная работа, в т. ч.:	67	38	29				
1.2.1. Подготовка к экзаменам							
1.2.2. Другие виды самостоятельной работы, в							

т.ч. (можно указать)							
1.2.2.1. Письменные домашние задания							
1.2.2.2. Курсовые работы							
1.2.2.3. Эссе и рефераты							
1.3. Консультации							
1.4. Другие методы и формы занятий **							
1.5. Контроль	81	36	45				
1.6. Кредиты	8	4	4				
Итоговый контроль (Экзамен, Зачет, диф. зачет/указать)		экз.	экз.				

2.3. Содержание дисциплины

2.3.1. Тематический план и трудоемкость аудиторных занятий (модули, разделы дисциплины и виды занятий) по рабочему учебному плану

Разделы и темы дисциплины	Всего ак. часов	Лекции, ак. часов	Практ. занятия, ак. часов	Семина-ры, ак. часов	Лабор, ак. часов	Другие виды занятий, ак. часов
1 семестр	3=4+5+6 +7+8	4	5	6	7	8
Модуль 1. Элементы комбинаторики						
Введение	2	2				
Раздел 1. Элементы теории множеств	8	3	5			
Раздел 2. Комбинаторика						
Тема 2.1. Выборки	8	4	4			
Тема 2.2. Бином Ньютона и его обобщение	6	3	3			
Тема 2.3. Метод кодирования	8	4	4			
Тема 2.4. Метод рекуррентных соотношений	8	4	4			
Тема 2.5. Метод включений и исключений	8	4	4			
Модуль 2. Бинарные отношения						
Раздел 1. Бинарные отношения						
Тема 1.1. Определение бинарных отношений и операции над ними	6	3	3			
Тема 1.2. Функциональные отношения	6	3	3			
Тема 1.3. Отношение порядка	6	3	3			
Тема 1.4. Отношение эквивалентности	6	3	4			

II семестр						
Модуль 1. Элементы теории булевых ф-й						
Раздел 1. Булевы функции						
Тема 1.1. n-мерный булев куб	4	2	2			
Тема 1.2. Определение, способы задания, основные булевы ф-ии	4	2	2			
Тема 1.3. Дизъюнктивные нормальные формы, понятия полноты и замкнутости классов булевых ф-й	6	3	3			
Тема 1.4. Основные классы булевых ф-й	12	6	6			
Тема 1.5. Теорема Поста, предполные классы	4	2	2			
Модуль 2. Синтез булевых ф-й						
Раздел 1. Синтез булевых ф-й						
Тема 1.1. Схемы из функциональных элементов	4	2	2			
Тема 1.2. Различные способы синтеза булевых ф-й	8	4	4			
Тема 1.3. Функция Шеннона, оценки	4	2	2			
Модуль 3. Элементы теории кодирования						
Раздел 1. Основные задачи теории кодирования						
Тема 1.1. Однозначность декодирования	10	5	5			
Тема 1.2. Оптимальность кодирования	8	4	4			
Тема 1.3. Исправление ошибок	8	4	4			
ИТОГО	144	72	72			

2.3.2. Краткое содержание разделов дисциплины в виде тематического плана

1 семестр

Модуль 1.

***Введение:** Ознакомление с прикладными задачами, способствующими возникновению тех или иных математических дисциплин информатики, цель и задачи предмета [1-3]*

***Раздел 1.** Ознакомление с элементарными понятиями теории множеств, основные операции над множествами [3]*

Раздел 2. Ознакомление с основными методами решения комбинаторных задач

Тема 2.1. Различные типы выборок: упорядоченные и неупорядоченные, без повторов и без ограничений. Основные формулы и рекуррентные соотношения [1,3]

Тема 2.2. Формула бинома Ньютона, обобщения, основные свойства биномиальных коэффициентов [1,3]

Тема 2.3. Решение комбинаторных задач методом кодирования: количество решений уравнений, задача о путях, задача о правильных очередях [1,3]

Тема 2.4. Решение различных задач с помощью рекуррентных соотношений. Выведение формул для специальных типов рекуррентных соотношений, ряд Фибоначчи [1,3]

Тема 2.5. Решение задач методом включений и исключений [1,3]

Модуль 2

Раздел 1. Определение бинарных отношений, операции над ними и разновидности бинарных отношений

Тема 1.1. Определение бинарных отношений, операции над ними и свойства этих операций [1,3]

Тема 1.2. Функциональные отношения, определение, свойства, разновидности [1,3]

Тема 1.3. Отношение порядка, определение свойства, разновидности

Тема 1.4. Отношение эквивалентности, определение, примеры, свойства [1,3]

2 семестр

Модуль 1.

Раздел 1. Ознакомление с элементами теории булевых функций [1-3]

Тема 1.1. n -мерный булев куб, некоторые свойства [1-3]

Тема 1.2. Определение, способы задания (таблицы, формулы) булевых ф-й; основные булевы ф-ии [1-3].

Тема 1.3. Разложение булевых ф-й по части переменных. Дизъюнктивные нормальные формы, понятия полноты и замкнутости классов булевых ф-й [1-3]

Тема 1.4. Изучение основных классов булевых ф-й (монотонных, самодвойственных, линейных, сохраняющих 0 и сохраняющих 1) и их свойств [1-3]

Тема 1.5. Критерий полноты системы булевых ф-й, теорема Поста, предполные классы [1-3]

Модуль 2.

Раздел 1. Синтез булевых ф-й

Тема 1.1. Понятия функциональных элементов, схем из функциональных элементов, примеры, понятие сложности схем и булевых ф-й [1-3]

Тема 1.2. Различные способы синтеза булевых ф-й (основанные на с.д.н.ф, основанные на схемах, реализующих все конъюнкции от фиксированного числа переменных, основанных на схемах, реализующих все булевы функции от фиксированного числа переменных [1-3]

Тема 1.3. Определение функции Шеннона, верхняя и нижняя оценки ф-ии Шеннона [1-3]

Раздел 2. Основные задачи теории кодирования

Тема 2.1. Алфавитное кодирование. Изучение вопросов однозначности декодирования; префиксные коды, неравенство Макмиллана, алгоритмы распознавания однозначности декодирования (теорема Маркова) [2,3]

Тема 2.2. Понятие оптимального кода, построения оптимальных кодов (коды Хаффмена, коды Фано) [2,3,4]

Тема 2.3. Коды с исправлением ошибок; построение кодов Хемминга, геометрическая интерпретация [2,3,4]

2.3.3. Краткое содержание семинарских/практических занятий/лабораторного практикума

Лекционные занятия по дискретной математике: Изучение основных концепций и структур, включая теорию множеств, логику и доказательства, теорию графов и комбинаторику. Рассмотрение применения дискретных математических методов в различных областях, таких как компьютерные науки и инженерные приложения.

Практические занятия по дискретной математике: Решение практических задач на основе конкретных концепций и методов дискретной математики. Применение математических методов для анализа и решения задач, включая комбинаторные перечисления, доказательства теорем и использование графовых алгоритмов.

2.3.4. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Проектор

2.4. Модульная структура дисциплины с распределением весов по формам контролей

Формы контролей	Весы форм текущих контролей в результирующих оценках текущих контролей			Весы форм промежуточных контролей в оценках промежуточных контролей			Весы оценок промежуточных контролей и результирующих оценок текущих контролей в итоговых оценках промежуточных контролей			Весы итоговых оценок промежуточных контролей в результирующей оценке промежуточных контролей	Весы результирующей оценки промежуточных контролей и оценки итогового контроля в результирующей оценке итогового контроля
	М1 ¹	М2	М3	М1	М2	М3	М1	М2	М3		
Вид учебной работы/контроля	М1 ¹	М2	М3	М1	М2	М3	М1	М2	М3		
Контрольная работа						1					
Тест											
Курсовая работа											
Лабораторные работы											
Письменные домашние задания			1								
Реферат											
Эссе											
<i>Другие формы (Указать)</i>											
<i>Другие формы (Указать)</i>											
Весы результирующих оценок текущих контролей в итоговых оценках промежуточных контролей									0.4		
Весы оценок промежуточных контролей в итоговых оценках промежуточных контролей									0.6		
Вес итоговой оценки 1-го промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей											
Вес итоговой оценки 2-го промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей											
Вес итоговой оценки 3-го промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей										1	
Вес результирующей оценки промежуточных контролей в результирующей оценке итогового контроля											0.4
Экзамен/зачет (оценка итогового контроля)											0.6 (Экзамен/Зачет)
	$\Sigma = 1$	$\Sigma =$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$

¹ Учебный Модуль

		1								
--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--

3. Теоретический блок (указываются материалы, необходимые для освоения учебной программы дисциплины)

а) Основная литература:

Новиков Ф.Ф. “Дискретная математика для программистов”, ЁП-5, Питер, 2001

Яблонский С.В., “Введение в дискретную математику”, М., Наука 1979

Тоноян П.Н, Курс дискретной математики, Ереван, 1999 (на армянском языке)

Гаврилов Г.П, Сапоженко А.А., “Сборник задач по дискретной математике”, М., Наука, 2006

б) Дополнительная литература

Андерсон А. “Дискретная математика и комбинаторика”

4. Фонды оценочных средств

Планы практических и семинарских занятий

Контрольные работы

Образец контрольной работы (первый семестр)

Доказать, что для любых множеств A, B и C верно равенство $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$. (10 баллов)

Найти количество чётных пятизначных чисел, цифры которых попарно различны. (10 баллов)

Двенадцать красных кубиков выложены в ряд. Сколько существует способов выбора 5 кубиков так, чтобы никакие два из них не были “соседями” в ряду? (10 баллов)

Сколькими различными способами можно расставить на шахматной доске восемь различных ладей так, чтобы они “не били” друг друга? (10 баллов)

На целочисленной решетке размера 10×10 найти число путей, соединяющих вершины $O(0,0)$ и $A(10,10)$ и проходящих только через одну из точек $(3,3)$ и $(5,7)$. (10 баллов)

Найти количество трехзначных чисел, взаимно простых с числом 60. (10 баллов)

Тридцать школьных парт расположены в один ряд. Сколькими различными способами можно рассадить за эти парты 30 мальчиков и 30 девочек так, чтобы за каждой партой сидели по одному мальчику и одной девочке? (10 баллов)

Доказать тождество

$$\sum_{k=0}^n (-1)^k (k^2 - k + 1) \binom{n}{k} = 0. \quad (10 \text{ баллов})$$

Решить рекуррентное соотношение

$$x_{n+2} = 4x_{n+1} + 5x_n; \quad n = 0, 1, 2, \dots; \quad x_0 = 1, \quad x_1 = 2. \quad (10 \text{ баллов})$$

Найти $\alpha(X)$, если

$$\alpha \subseteq [0,1] \times [0,1]; X = \left[\frac{1}{5}, \frac{3}{5} \right], x\alpha y \Leftrightarrow (x \leq y) \& (3x + 2y \geq 1). \text{ (10 баллов)}$$

Домашние задания

Образец домашнего задания (тема - принцип включения и исключения)

Найти количество трехзначных чисел, являющихся взаимно простыми с числом 30.

Найти количество трехзначных чисел, не являющихся взаимно простыми с числом 24.

Найти количество трехзначных чисел, не являющихся взаимно простыми с числом 60.

Найти количество трехзначных чисел, которые делятся на 2, но не делятся на 3.

Найти количество трехзначных чисел, которые делятся на 2 или на 3.

Найти количество меньших 180 натуральных чисел, которые взаимно просты хотя бы с одним из чисел 24 и 40.

Найти количество делителей 720.

Найти количество делителей 1200.

Пусть $n = p_1^{k_1} p_2^{k_2} \dots p_s^{k_s}$, где p_1, p_2, \dots, p_s попарно различные простые числа, а k_1, k_2, \dots, k_s - натуральные числа. Найти количество делителей числа n .

Пусть $n = p_1^{k_1} p_2^{k_2} \dots p_s^{k_s}$, где p_1, p_2, \dots, p_s попарно различные простые числа, а k_1, k_2, \dots, k_s - натуральные числа. Найти сумму меньших n и взаимно простых с n чисел.

Найти сумму трехзначных чисел, взаимно простых с числом 10.

Найти сумму трехзначных чисел, взаимно простых с числом 12.

Найти сумму трехзначных чисел, взаимно простых с числом 30.

Найти количество всех правильных несократимых дробей, знаменатель которых равно 72.

Найти количество всех правильных несократимых дробей, знаменатель которых равно 112.

Найти количество всех правильных несократимых дробей, знаменатель которых равно 1200.

Найти сумму делителей 800.

Найти сумму делителей 2700.

Пусть $n = p_1^{k_1} p_2^{k_2} \dots p_s^{k_s}$, где p_1, p_2, \dots, p_s попарно различные простые числа, а k_1, k_2, \dots, k_s - натуральные числа. Найти сумму делителей числа n .

Устные опросы

Вопросник (второй семестр)

Булевы функции

Булевы наборы, длина, вес, номер.

Единичный n -мерный куб, некоторые свойства n -мерного куба (число вершин, число ребер, степени вершин и существование гамильтонова цикла, коды Грэя).

Сравнимые наборы. Упорядочение вершин n - мерного куба, теорема Шпернера о ширине n - мерного куба .

Расстояние между вершинами n -мерного куба, понятия грани, сферы, шара и слоя в n -мерном кубе.

Определение булевой функции. Способы задания булевых функций (таблицы, векторы, формулы).

Элементарные булевы функции двух переменных. Дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ) и конъюнктивная нормальная форма (КНФ) булевой функции. Совершенные ДНФ и КНФ, задача построения минимальной ДНФ и её геометрическая интерпретация. Полином Жегалкина и методы его построения. Понятия замкнутости и полноты классов булевых функций. Основные замкнутые классы булевых функций: T_0 , T_1 , L , S , M . Теорема Поста о полноте.

Схемы из функциональных элементов (СФЭ). Реализация булевых функций схемами из функциональных элементов. Определения сложности схемы и булевой функции. Определение функции Шеннона, верхние и нижние оценки функции Шеннона. Теоремы Шеннона.

Элементы теории кодирования Кодирование, алфавитное кодирование, равномерное кодирование, однозначно декодируемое кодирование. Схемы кодирования со свойством префикса. Неравенство Крафта. Теорема Макмиллана.

Средняя длина схемы, оптимальное кодирование, коды Хаффмена. Коды, близкие к оптимальным (коды Фано и Шеннона). Свойства и построение оптимальных кодов (алгоритм Хаффмена).

Самокорректирующиеся коды, коды Хэмминга. Построение кодов Хэмминга, обнаружение и коррекция ошибок.

5. Методический блок

5.1. Методика преподавания

В основу методики преподавания и обучения положен тезис о том, что формирование профессиональных компетенций осуществляется в полном соответствии с диалектическим

законом перехода количественных изменений в качественные. Для создания наилучших условий для действия этого закона, а также мотивации студентов применяются пять принципов: солидарности, объективности, основательности, актуальности и рационального использования времени. Принципы, с изложением их содержания, доводятся до студентов на первой лекции в ходе организационно-методических указаний.

Доступ к электронному курсу лекций избавляет студентов от необходимости тотальной записи излагаемого лекционного материала, что, в свою очередь, создаёт условия для продуктивной мыслительной работы. Текущий контроль осуществляется в ходе практических занятий: по итогам каждого занятия студенты оцениваются по трём составляющим: присутствие, выполнение домашнего задания, активность и проявленные знания в ходе самого занятия.

Итоговый контроль осуществляется в виде устного опроса на основе письменно изложенных студентом ответов на вопросы контрольного билета. Порядок оценивания разъясняется студентам в начале обучения и доводится до них в письменном виде в электронном формате.