


**ГОУ ВПО Российско-Армянский (Славянский)
университет**

Утверждено
Директор Института
Математики и Информатики
Дарбинян А.А.
«18» июня 2024, протокол №15



УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ

**Наименование дисциплины: Специальный курс МК
Мартингалы**

**Автор (ы) к.ф.-м.н., доцент Петросян Артак Норикович
*Ф.И.О, ученое звание (при наличии), ученая степень (при наличии)***

**Направление подготовки: «Прикладная математика и информатика»
01.03.02**

1. АННОТАЦИЯ

1.1. Краткое описание содержания данной дисциплины;

Исследование зависимостей между случайными величинами является одним из ключевых приоритет “Теории вероятностей и математической статистики” вообще, и занимает важное место в общей теории случайных процессов. Для разных классов случайных процессов оно осуществляется разными способами. Выделяются классы величин, для которых основным показателем зависимости является ковариационная функция и все выводы для них полностью определяются свойствами этой функции (к примеру, класс неотрицательно зависимых (nonnegatively-depended или FKG) величин, стационарные процессы и т.п.). Для классов марковских цепей, марковских процессов основной характеристикой зависимости служит переходная функция, которая полностью определяет эволюцию случайных величин, связанных марковской зависимостью.

В теории мартингалов выделяется достаточно широкий класс случайных величин (мартингалы, семимартингалы), для которых изучение зависимости проводится методами, основанными на исследовании свойств условных математических ожиданий. В современной теории вероятностей мартингалы и их обобщения являются одним из вызывающих все больше интерес предметов исследования. Воистину, в частности мартингальный метод стал одним из востребованных в теории случайных процессов, особенно в вопросах сходимости последовательностей случайных величин в предельных теоремах для сумм случайных слагаемых.

В спецкурсе учебной дисциплины излагаются общая теория мартингалов (семимартингалов) и ряд ее приложений.

Настоящий учебно-методический комплекс устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студентов высших курсов бакалавриата, изучающих данную дисциплину, и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

1.2. Трудоемкость в академических кредитах и часах, формы итогового контроля (экзамен/зачет). Кредиты - 2, общая трудоемкость изучения дисциплины -72 часов, форма итогового контроля: экзамен.

1.3. Взаимосвязь дисциплины с другими дисциплинами учебного плана специальности

Взаимосвязь дисциплины "Мартингалы" с другими дисциплинами учебного плана специальности требует предварительных знаний в области вероятностей и статистики. Также полезными являются базовые знания в теории вероятностей, теории меры, математическом анализе и линейной алгебре. Результаты освоения программы дисциплины:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код индикатора достижения компетенций	Наименование индикатора достижений компетенций
ПК-7	способностью к разработке и применению алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программного обеспечения	ПК- 7.1 ПК- 7.2 ПК- 7.3	Знать методы и технологии разработки и применения системного и прикладного программного обеспечения Разрабатывать и применять алгоритмические и программные решения в области системного и прикладного программного обеспечения Владеть способностью разрабатывать и применять алгоритмические и программные решения в области системного и прикладного программного обеспечения
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК- 2.1 УК- 2.2 УК- 2.3	"Знает как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации для решения поставленных профессиональных задач" "Умеет применять системный подход на основе"

			<p>поиска, критического анализа и синтеза информации для решения задач профессиональной области"</p> <p>"Владеет навыками поиска, синтеза и критического анализа информации в своей профессиональной области; владеет системным подходом для решения поставленных задач"</p>
УК- 2		<p>УК- 2.1</p> <p>УК- 2.2</p> <p>УК- 2.3</p>	<p>"Знает подходы в постановке задач для достижения поставленной цели, обладает знаниями в выборе оптимальных способов их решения"</p> <p>"Умеет, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений, выбирать оптимальные способы решения задач в профессиональной области для достижения поставленной цели"</p> <p>"Владеет навыками определения круга профессиональных задач в рамках поставленной цели; выбором</p>

			оптимальных способов их решения с учетом действующих правовых норм и имеющихся ресурсов"

2. УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА

2.1. Целью данного курса является изучение основ теории мартингалов, строгий вывод основных свойств, ознакомление студентов с практическими приемами использования мартингального метода при изучении предельного поведения преобразованных в мартингалы случайных процессов.

Задачи курса – в результате освоения дисциплины формирование у студентов следующих компетенций:

- знания понятий мартингала, субмартингала, супермартингала;
 - умения преобразовывать случайные процессы в мартингалы и использовать свойства мартингалов для исследования этих процессов;
- владения аппаратом теории мартингалов для установления, прежде всего, сходимости сумм случайных величин в предельных теоремах и для оценки скорости сходимости в них.

2.2. Трудоемкость дисциплины и виды учебной работы (в академических часах и зачетных единицах)

Виды учебной работы	Всего, в акад. часах	Распределение по семестрам					
		— сем	— сем	7 сем	— сем.	— сем	— сем.
1	3	4	5	6	7	10	11
1. Общая трудоемкость изучения дисциплины по семестрам, в т. ч.:	72			72			
1.1. Аудиторные занятия, в т. ч.:	34			34			
1.1.1. Лекции							
1.1.2. Практические занятия, в т. ч.	34			34			
1.1.2.1. Обсуждение прикладных проектов							
1.1.2.2. Кейсы							
1.1.2.3. Деловые игры, тренинги							
1.1.2.4. Контрольные работы							
1.1.3. Семинары							
1.1.4. Лабораторные работы							
1.1.5. Другие виды аудиторных занятий							

1.2. Самостоятельная работа, в т. ч.:	38			38		
1.2.1. Подготовка к экзаменам						
1.2.2. Другие виды самостоятельной работы, в т.ч. (можно указать)						
1.2.2.1. Письменные домашние задания						
1.2.2.2. Курсовые работы						
1.2.2.3. Эссе и рефераты						
1.3. Консультации						
1.4. Другие методы и формы занятий **						
Итоговый контроль (Экзамен, Зачет, диф. зачет/указать)	Зачет			Зачет		

2.3. Содержание дисциплины

2.3.1. Тематический план и трудоемкость аудиторных занятий (модули, разделы дисциплины и виды занятий) по рабочему учебному плану

Разделы и темы дисциплины	Всего (ак. часов)	Лекции (ак. часов)	Практ. занятия (ак. часов)	Семинары (ак. часов)	Лабор. (ак. часов)	Другие виды занятий (ак. часов)
1	2	3	4	5	6	7
Модуль 1.	34		34			
Тема 1. Условные математические ожидания	4		4			
Тема 2. Последовательности случайных величин, образующие мартингал.	2		2			
Тема 3. Обобщенные мартингалы и родственные понятия.	4		4			
Тема 4. Разложение Дуба.	4		4			
Тема 5. Дискретное и непрерывное время. Моменты остановки. Сохранение свойства мартингалности	4		4			
Тема 6. Основные неравенства.	4		4			
Тема 7. Теоремы сходимости.	4		4			
Тема 8. Равномерно интегрируемые мартингалы.	2		2			
Тема 9. О множествах сходимости.	4		4			
Тема 10. Обратные (reverse) мартингалы.	4		4			
ИТОГО	34		34			

2.3.2. Краткое содержание разделов дисциплины в виде тематического плана

1 семестр

Тема 1. Условные математические ожидания: определение; существование и единственность (теорема Радона-Никодима); свойства условных математических ожиданий.

Тема 2. Последовательности случайных величин, образующие мартингал: определения мартингалов, семимартингалов (субмартингалов, супермартингалов); свойства; примеры.

Тема 3. Обобщенные мартингалы и родственные понятия: определения; теорема об эквивалентности обобщенного мартингала, локального мартингала, мартингального преобразования; мартингал-разностные последовательности, свойства, примеры.

Тема 4. Разложение Дуба: теорема (Дуба) о представлении (разложении) обобщенного мартингала в виде суммы мартингала и предсказуемой возрастающей последовательности (компенсатора); исследование квадратично интегрируемых мартингалов; последовательность квадратических характеристик.

Тема 5. Дискретное и непрерывное время. Моменты остановки. Сохранение свойства мартингальности: марковские моменты; моменты остановки; локализирующая последовательность марковских моментов; теорема о сохранении свойства мартингальности при замене времени на случайный момент; следствия; приложения.

Тема 6. Основные неравенства: неравенство Дуба; неравенство о доминирующей последовательности; неравенства Буркхольдера; неравенства Дэвиса; следствия; примеры.

Тема 7. Теоремы сходимости: теорема Дуба о существовании (с вероятностью единица) предела субмартингала с равномерными ограниченными математическими ожиданиями, следствия; теорема Леви о сходимости (непрерывности) условных математических ожиданий относительно возрастающей системы сигма-алгебр, следствие, применение к мартингалам.

Тема 8. Равномерно интегрируемые мартингалы: определение; свойства; критерий равномерной интегрируемости (необходимое и достаточное условие) для мартингала.

Тема 9. О множествах сходимости: теоремы об установлении, идентификации и спецификации множеств сходимости мартингалов (субмартингалов).

Тема 10. Обратные (reverse) мартингалы: определение; свойства; сходимость; ЗБЧ.

2.3.3. Краткое содержание семинарских/практических занятий/лабораторного практикума

Занятия по теории мартингалов: Изучение основных концепций, таких как условное математическое ожидание, мартингалы, субмартингалы и супермартингалы. Рассмотрение свойств и основных теорем, таких как теоремы остановки и теоремы сходимости мартингалов.

2.3.4. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Необходима доска и мел

2.4. Модульная структура дисциплины с распределением весов по формам контролей

Формы контролей	Веса форм текущих контролей в результирующих оценках текущих контролей			Веса форм промежуточных контролей в оценках промежуточных контролей			Веса оценок промежуточных контролей и результирующих оценок текущих контролей в итоговых оценках промежуточных контролей			Веса итоговых оценок промежуточных контролей в результирующей оценке промежуточных контролей	Веса результирующей оценки промежуточных контролей и оценки итогового контроля в результирующей оценке итогового контроля
	M1 ¹	M2	M3	M1	M2	M3	M1	M2	M3		
Вид учебной работы/контроля	M1 ¹	M2	M3	M1	M2	M3	M1	M2	M3		
Контрольная работа						1					
Тест											
Курсовая работа											
Лабораторные работы											
Письменные домашние задания			1								
Реферат											
Эссе											
<i>Другие формы (Указать)</i>											
<i>Другие формы (Указать)</i>											
Веса результирующих оценок текущих контролей в итоговых оценках промежуточных контролей									0.4		
Веса оценок промежуточных контролей в итоговых оценках промежуточных контролей									0.6		

¹ Учебный Модуль

Вес итоговой оценки 1-го промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей											
Вес итоговой оценки 2-го промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей											
Вес итоговой оценки 3-го промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей									1		
Вес результирующей оценки промежуточных контролей в результирующей оценке итогового контроля											0.4
Экзамен/зачет (оценка итогового контроля)											0.6 (Экзамен/Зачет)
	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$

3. Теоретический блок (указываются материалы, необходимые для освоения учебной программы дисциплины)

а) Основная литература:

1. Дуб Дж. Л. Вероятностные процессы. М.: ИЛ, 1956.
2. Липцер Р. Ш., Ширяев А. Н. Теория мартингалов. М.: Физматлит, 1986.
3. Булинский А. В., Ширяев А. Н. Теория случайных процессов. М.: Физматлит, 2003.
4. Жакод Ж., Ширяев А. Н. Предельные теоремы для случайных процессов. Т. 1, 2. М.: Физматлит, 1994.
5. Мейер П. А. Вероятность и потенциалы. М.: Мир, 1973.
6. Липцер Р. Ш., Ширяев А. Н. Статистика случайных процессов. М.: Наука, 1977.
7. Ширяев А. Н. Вероятность: В 2-х т. - М.: МЦНМО, 2004.

4. Фонды оценочных средств

Планы практических и семинарских занятий

Контрольные работы

Проектные работы

Домашние задания

Устные опросы

5. Методический блок

5.1. Методика преподавания

- 5.1.1. Методические рекомендации для студентов по подготовке к семинарским, практическим или лабораторным занятиям, по организации самостоятельной работы студентов при изучении конкретной дисциплины.

